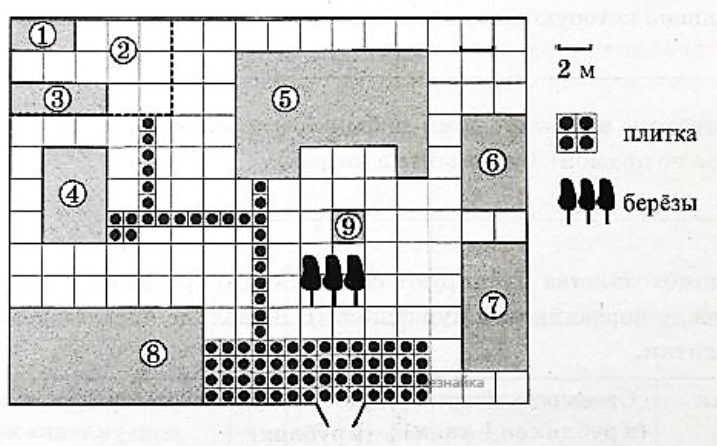


Вариант 5

Часть 1.

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в поле соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м. Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м x 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	пруд	теплица	жилой дом	огород	курятник
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 7 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

- 3 Найдите площадь, которую занимает коровник. Ответ дайте в квадратных метрах.

- 4 Найдите расстояние от бани до коровника (расстояние между двумя ближайшими

1

2

3

4

точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

- 5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.)	Доставка (в руб.)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.)
1	200	5600	4100
2	200	5000	4500
3	200	3000	7000

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{2,8 \cdot 8,1}{6,3}$$

- 7 Сравните числа $\sqrt{15}+1$ и $3+\sqrt{7}$

- 1)
- 2) $\sqrt{15}+1 > 3+\sqrt{7}$
- 3) $\sqrt{15}+1 = 3+\sqrt{7}$
- 4) нельзя оценить

- 8 Укажите выражение, тождественно равное дроби

$$\frac{2^{2m}}{256}$$

- 1) 2^{2m-10}
- 2) 2^{8-2m}
- 3) 2^{2m-8}
- 4) 2^{16m}

- 9 Решите уравнение $\frac{3x+5}{4} = \frac{x}{2}$

- 10 На новый год было закуплено 3 килограмма конфет «Мишка на севере», 1 килограмм конфет «Красная шапочка» и 1 килограмм конфет «Маска». Все конфеты одинаковы по плотности, и каждый килограмм содержит одинаковое количество конфет. Какова вероятность, что случайно взятая из мешка конфета окажется конфетой «Красная шапочка»?

- 11 На рисунке изображён график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$

5

6

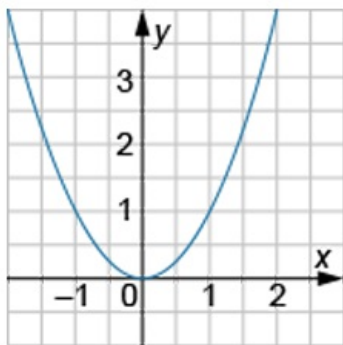
7

8

9

10

11



Определите, какому значению коэффициента a соответствует график?

- 1) -1
- 2) $0,5$
- 3) 1
- 4) 2

12 Дана арифметическая прогрессия a_n : $-5, -1, 3, \dots$. Найдите сумму первых 12-ти ее членов.

12

13 Упростите выражение и найдите его значение при $x = 2$.

13

14 Ускорение тела при равноускоренном прямолинейном движении можно рассчитать по формуле $a = \frac{v - v_0}{t}$, где a — ускорение (км/ч²), v — приобретенная скорость (км/ч), v_0 — начальная скорость (км/ч) и t — время равноускоренного движения (ч). С помощью формулы определите начальную скорость тела (в км/ч), если ускорение равно 3 км/ч^2 , приобретенная скорость 90 км/ч , а время равноускоренного движения 4 часа.

14

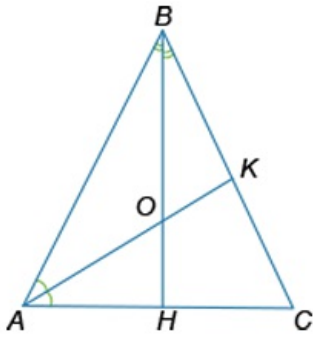
15 Решите неравенство

- 1) $x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$
- 2) $x \in (-5; 1)$
- 3) $x \in [-5; 1]$
- 4) $x \in [1; +\infty)$

15

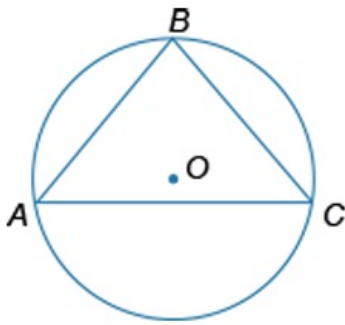
16 В равнобедренном треугольнике ABC с боковыми сторонами AB и BC проведены биссектрисы BH и AK , которые пересекаются в точке O . Найдите угол AOH , если угол C равен 50° .

16



- 17 В окружность с центром в точке O вписан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . Дуга ACB равна 260° . Найдите угол ABC

17



- 18 Найдите площадь параллелограмма (в см^2), стороны которого равны 7 см и 4 см, а угол между ними равен 30° .

18

- 19 Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке, если сторона клетки равна 1 см. Ответ запишите в см^2 .

19



- 20 Какое из приведённых утверждений верно? Выберите 2 варианта из списка.

20

- 1) Катет, лежащий против угла в 30° , равен $1/3$ гипотенузы.
- 2) Площадь трапеции равна произведению её оснований на высоту.
- 3) Сумма смежных углов равна 180°
- 4) Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите неравенство $\frac{x}{1-x} \leq x-6$

22 Теплоход затратил 5 часов на путь вниз по течению реки от пункта А до пункта В. На обратный путь против течения он затратил 8 часов 20 минут. Найти скорость теплохода, если путь от А до В равен 100 километрам.

23 Постройте график функции и найдите все значения при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

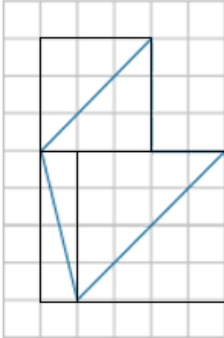
24 В равнобедренной трапеции основания равны 12 см и 20 см, а диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите площадь трапеции.

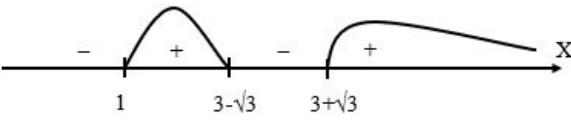
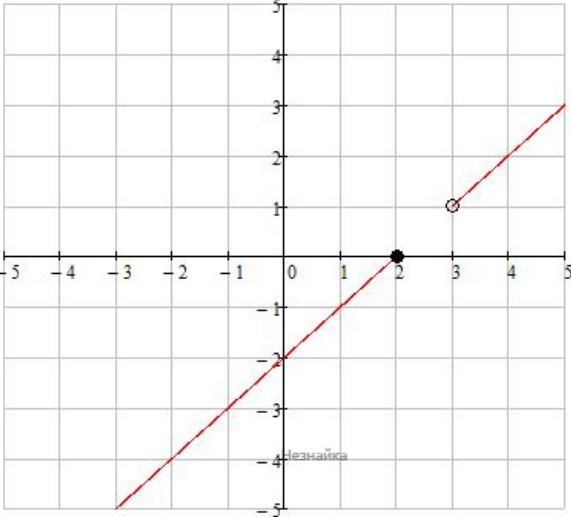
25 На высоте AD треугольника ABC взята точка N. Докажите, что

26 В равностороннем треугольнике ABC из вершин А и В проведена окружность с центром в точке О, проходящая через точку пересечения медиан треугольника ABC и касающаяся его стороны BC в её середине D. Из точки А проведена прямая, касающаяся этой окружности в точке Е так, что градусная мера угла BAE меньше 30° . Найдите отношение площадей треугольника ABE и четырехугольника BEOD.

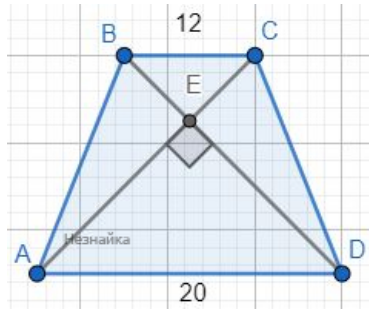
Ответы

1	<p>43528</p> <p>Пруд - 4 - "При входе на участок слева от ворот находится курятник. Рядом с курятником расположен пруд."</p> <p>Теплица - 3 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма."</p> <p>Жилой дом - 5 - "Жилой дом расположен в глубине территории."</p> <p>Огород - 2 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией)"</p> <p>Курятник - 8 - "При входе на участок слева от ворот находится курятник."</p>
2	<p>12</p> <p>Площадка между коровником и курятником: 56 м^2 - 56 штук.</p> <p>Дорожки: $10+9+2+6=27$ штук.</p> <p>Всего: $56+27=83$ штуки.</p> <p>$83/7=11,857\dots\approx 12$ упаковок</p>
3	<p>32</p> <p>Одна клеточка на плане занимает $2 \times 2 = 4 \text{ м}^2$</p> <p>Коровник занимает $2 \times 4 = 8$ клеточек</p> <p>Его площадь: $8 \times 4 = 32 \text{ м}^2$</p>
4	<p>2</p> <p>Баня расположена под цифрой 6, а коровник - 7. Между ними 1 клеточка, значит расстояние между ними - сторона квадрата этой клеточки, т.е. 2 м.</p>
5	<p>26100</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает 1 м^2. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: $200 \cdot 83 + 5600 + 4100 = 26300$ руб.</p> <p>2: $200 \cdot 83 + 5000 + 4500 = 26100$ руб.</p> <p>3: $200 \cdot 83 + 3000 + 7000 = 26600$ руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 2го поставщика по цене 26100 рублей</p>
6	<p>3,6</p> $\frac{2,8 \cdot 8,1}{6,3}$
7	<p>1</p> <p>Оба числа положительные, значит их можно возвести в квадрат.</p> $(\sqrt{15+1})^2 = 15 + 2\sqrt{15} + 1 = 16 + \sqrt{60}$ $(3+\sqrt{7})^2 = 9 + 6\sqrt{7} + 7 = 16 + \sqrt{252}$ <p>Видно, что $16 + \sqrt{252} > 16 + \sqrt{60}$, значит $3 + \sqrt{7} > \sqrt{15} + 1$</p>
8	<p>3</p> $\frac{2^2 m}{256}$
9	<p>-5</p> $\frac{3x+5}{4} = \frac{x}{2}$ $6x+10=4x$ $2x=-10$ $x=-5$
10	<p>0,2</p>

11	<p>3</p> <p>Вершина в точке (0;0)</p> $x_0 = -b/2a = 0$ $b = 0$ $y(0) = a \cdot 0^2 + 0 \cdot 0 + c = 0$ $c = 0$ $y(1) = a \cdot 1^2 + 0 \cdot 1 + 0 = 1$ $a = 1$
12	<p>204</p> <p>Разность арифметической прогрессии: $d = a_{n+1} - a_n$</p> $d = -1 - (-5) = 4$ <p>Сумма n членов арифметической прогрессии</p>
13	5
14	<p>78</p> $a = \frac{v - v_0}{t}$
15	<p>1</p> $-(x-1)(x+5) < 0$ $(x-1)(x+5) > 0$ $x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$
16	<p>65</p> <p>В равнобедренном треугольнике углы при основании равны между собой: $\angle C = \angle A = 50^\circ$.</p> <p>Так как АК биссектриса, то $\angle OAH = \angle A / 2 = 25^\circ$</p> <p>Биссектриса ВН, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, является высотой, т.е. $\angle OHA = 90^\circ$.</p> <p>Сумма углов в треугольнике АОН равна 180°: $\angle AOH = 180^\circ - \angle OHA - \angle OAH = 65^\circ$</p>
17	<p>80</p> <p>дуга АВ = 360° - дуга АСВ = 100°</p> <p>Углы при основании в равнобедренном треугольнике равны между собой, значит и дуги, на которые опираются эти углы, равны между собой.</p> <p>дуга АВ = дуга ВС = 100°</p> <p>Тогда дуга АС = 360° - дуга АВ - дуга ВС = 160°</p> <p>Вписанный угол АВС опирающийся на дугу АС равен половине градусной меры дуги.</p> <p>$\angle ABC = \text{дуга } AC / 2 = 80^\circ$</p>
18	14
19	<p>14,5</p> <p>Разделим фигуру на 3 прямоугольных треугольника и найдем площадь фигуры как сумму площадей этих треугольников.</p> 

20	<p>34</p> <p>1) Неверно. Катет, лежащий против угла в 30°, равен $1/2$ гипотенузы.</p> <p>2) Неверно. Площадь трапеции равна половине произведения суммы её оснований на высоту.</p> <p>3) Верно.</p> <p>4) Верно.</p>
21	<p>$\frac{x}{1-x} \leq x-6$</p> <p>Разложим числитель на множители, для этого определим корни уравнения $x^2-6x+6=0$</p> <p>$D=6^2-4\cdot 6\cdot 1=12$</p>  <p>Ответ: $(1; 3 - \sqrt{3}] \cup [3 + \sqrt{3}; \infty)$</p>
22	<p>Пусть X км/ч скорость теплохода, а Y км/ч скорость реки. Тогда скорость вниз по течению реки $(X+Y)$ км/ч, а вверх против течения $-(X-Y)$ км/ч. При этом от пункта А до пункта В теплоход проехал $(X+Y)\cdot 5$ км, и от пункта В до пункта А $(X-Y)\cdot (8+20/60)$ км, а по условию расстояние между А и В 100 км. Составим и решим систему уравнений.</p> <p>1) $y=20-x$</p> <p>2)</p> <p>$2x-20=12$</p> <p>$2x=32$</p> <p>$x=16$ км/ч скорость теплохода</p> <p>Ответ: 16</p>
23	<p>Найдем область определения функции:</p> <p>$x^2-5x+6 \geq 0$ и $x-3 \neq 0$</p> <p>$(x-2)(x-3) \geq 0$ и $x \neq 3$</p> <p>$x \in (-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$</p> <p>$y = x-2$ на области определения $(-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$</p>  <p>Прямая $y = a$ параллельна оси Ox и не имеет с графиком ни одной общей точки при $a \in (0; 1]$</p> <p>Ответ: $(0; 1]$</p>

24



В равнобедренной трапеции диагонали равны. Так как они перпендикулярны, то получаем два равнобедренных прямоугольных треугольника $\triangle EBC$ и $\triangle EAD$, у которых известны гипотенузы. Катеты $\triangle EBC$ и $\triangle EAD$ в $\sqrt{2}$ раза меньше гипотенуз.

Получаем

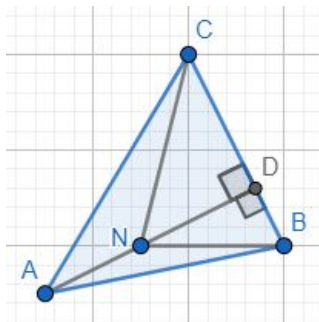
$$BE=CE=6\sqrt{2}$$

$$AE=DE=10\sqrt{2}$$

$$AC=BD=16\sqrt{2}$$

Ответ: 256

25



По теореме Пифагора в $\triangle NDB$ и $\triangle NDC$:

$$CN^2=CD^2+ND^2$$

$$BN^2=BD^2+ND^2$$

$$BN^2-CN^2=BD^2+ND^2-(CD^2+ND^2)=BD^2-CD^2$$

В $\triangle ADB$ и $\triangle ADC$:

$$AC^2=CD^2+AD^2$$

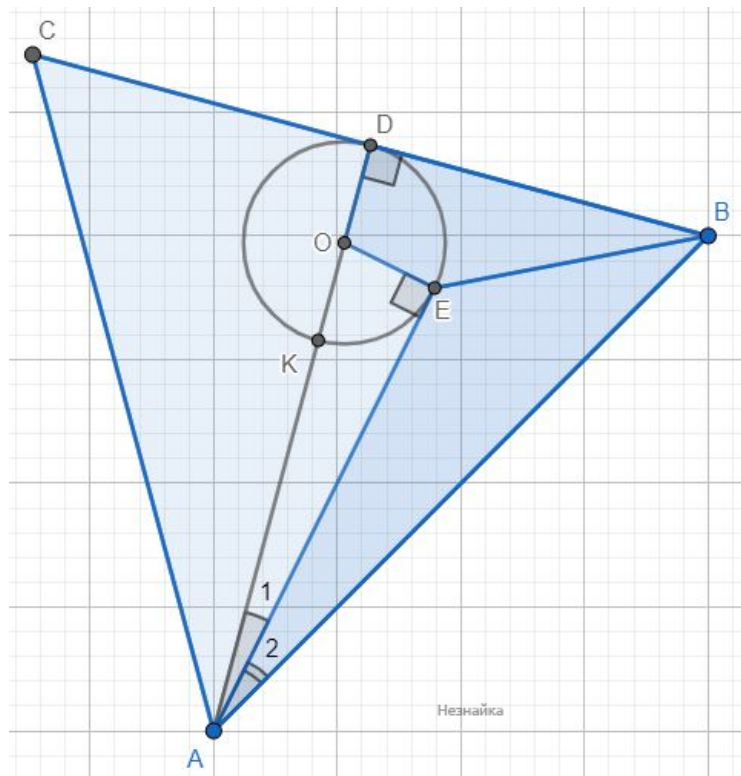
$$AB^2=BD^2+AD^2$$

$$AB^2-AC^2=BD^2-CD^2$$

Значит:

$$BN^2-CN^2=BD^2-CD^2=AB^2-AC^2$$

26



Конечно же через вершины A и B, и еще через точку пересечения медиан, и еще через середину BC провести окружность весьма проблематично, чтобы потом еще и была касательная, градусной меры менее 30° . Значит проводим окружность только через точку K пересечения медиан, касающуюся середины BC. Дополнительно проведем отрезок AD - являющийся в правильном треугольнике и высотой, и медианой, и биссектрисой, так что окружность касается середины BC в точке D и центр окружности O лежит на AD. Касательная AE образует угол $\angle BAE < \angle BAD = 1/2 \angle BAC = 1/2 \cdot 60^\circ = 30^\circ$.

$$AB = BC = AC = a$$

$$OD = OE = OK = R$$

Медиана правильного треугольника:

Медианы в точке пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины:

По теореме Пифагора в $\triangle AEO$:

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания):
 gregorykharin@yandex.ru

Источник: https://neznaika.info/test/math_oge/1403-variant-4.html