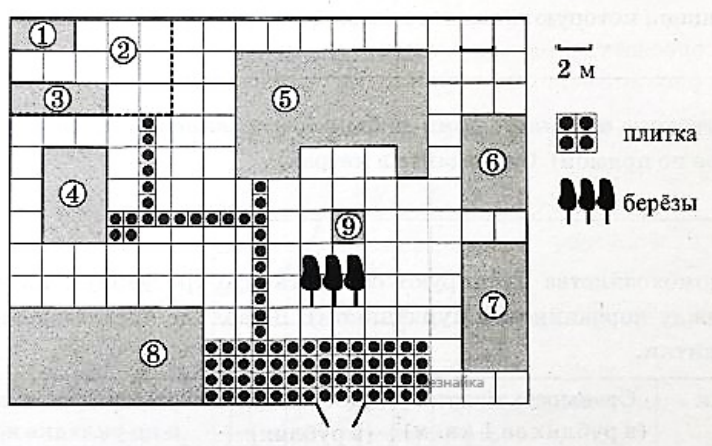


Вариант 7

Часть 1.

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в поле соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м. Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м x 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	огород	жилой дом	коровник	теплица	курятник
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

- 3 Найдите площадь, которую суммарно занимают теплица и компостная яма. Ответ дайте в квадратных метрах.

1

2

3

4 Найдите расстояние от бани до пруда (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

4

5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

5

Поставщик	Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.)	Доставка (в руб.)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.)
1	600	3500	10000
2	610	3300	11000
3	590	2700	9000

6 Найдите значение выражения

6

$$\frac{4,2 \cdot 1,7}{0,7}$$

7 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{6}{21}$ и $\frac{3}{8}$

7

1) 0,3

2) 0,4

3) 0,5

4) 0,6

8 Укажите наименьшее из следующих чисел.

8

1) $\sqrt{35}$

2) $2\sqrt{8}$

3) $\frac{15}{\sqrt{9}}$

4) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}}$

9 Решите уравнение $3(2x+4) - 3x = 5 - (7x+6)$

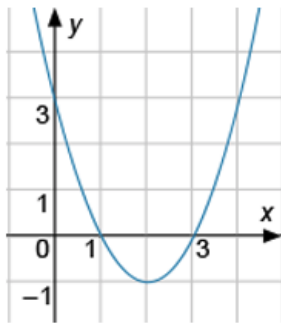
9

10 На выпускной было закуплено 50 красных, 30 белых и 20 розовых роз. Найдите вероятность того, что первая подаренная роза будет розовой.

10

11 На рисунке изображён график квадратичной функции $y = f(x)$

11



Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Выберите 2 варианта из списка.

- 1) Функция возрастает на промежутке $[1; +\infty)$
- 2) Наименьшее значение функции равно -1
- 3)

12 Дана арифметическая прогрессия $-7, -4, -1, \dots$. Найдите сумму первых 15-ти ее членов.

12

13 Упростите выражение

$$\frac{4a^2 - ab}{6b^3} \cdot \frac{3b^2}{4a}$$

и найдите его значение при $a = 14, b = 8$.

13

14 Объем шарового сектора определяется по формуле $V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$, где R — радиус шара в м, H — высота сегмента в м. Найдите радиус шара (в м), если $V = 48\pi$ м³, а высота сегмента равна 2 м.

14

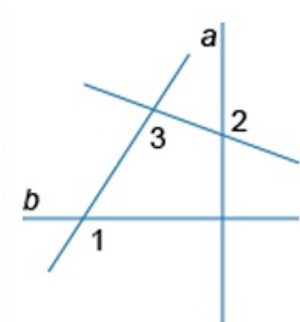
15 Решите неравенство $3x + 4 - 2(x + 3) > 7 - 8x$

15

- 1) $(1; +\infty)$
- 2) $(4; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 1)$
- 4) $(-\infty; 4)$

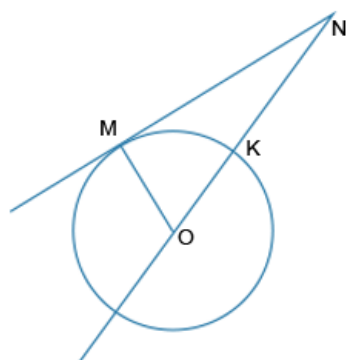
16 Известно, что прямые a и b перпендикулярны. Найдите угол 3 (в градусах), если известно, что $\angle 1 = 126^\circ$ а $\angle 2 = 118^\circ$

16



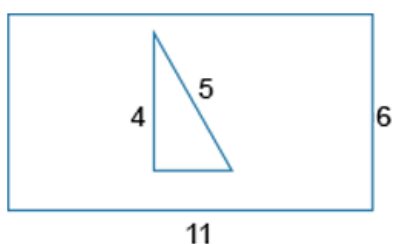
- 17 Через центр окружности проведена прямая, которая пересекается с касательной к этой окружности в точке N. Найдите KN (в см), если MN=56 см, R=33 см.

17



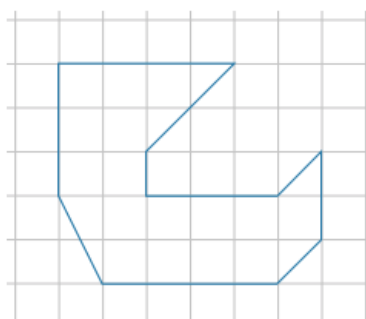
- 18 Из прямоугольника вырезали прямоугольный треугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры.

18



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь (в см²)

19



- 20 Какое из приведённых утверждений верно? Выберите 1 вариант из списка.

20

- 1) В равнобедренном треугольнике все углы равны.
- 2) Накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны.
- 3) Внешний угол треугольника всегда тупой.

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение

$$\frac{x^{17}-1}{1-x^{15}} = \frac{1-x^{15}}{x^{13}-1}$$

22 Для рытья котлована выделили два экскаватора. После того, как первый проработал два часа, его сменил второй, который за три часа закончил работу. Всю работу один второй экскаватор выполнил бы на 4 часа быстрее, чем один первый экскаватор. За какое время выкопает котлован оба экскаватора, работая вместе?

23 Постройте график функции $y=|x^2-2|x||-3$ и определите, какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс.

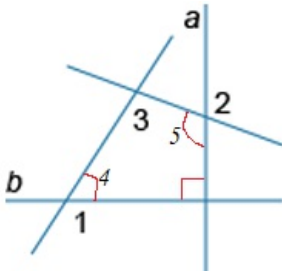
24 Площадь равнобедренной трапеции равна 96. Диагональ трапеции делит её тупой угол пополам. Длина меньшего основания равна 3. Найдите периметр трапеции.

25 Докажите, что сумма длин медиан треугольника меньше его периметра.

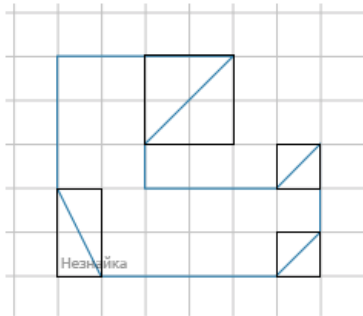
26 В треугольнике величина одного из углов равна разности величин двух других его углов, длина меньшей стороны равна 1, а сумма площадей квадратов, построенных на двух других сторонах, в два раза больше площади описанного около треугольника круга. Найдите длину большей стороны треугольника.

Ответы

1	<p>25738</p> <p>Огород - 2 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией)."</p> <p>Жилой дом - 5 - "Жилой дом расположен в глубине территории."</p> <p>Коровник - 7 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник."</p> <p>Теплица - 3 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма."</p> <p>Курытник - 8 - "При входе на участок слева от ворот находится курытник."</p>
2	<p>9</p> <p>Площадка между коровником и курытником: 56 м^2 - 56 штук.</p> <p>Дорожки: $10+9+2+6=27$ штук.</p> <p>Всего: $56+27=83$ штуки.</p> <p>$83/10=8,3\approx 9$ упаковок</p>
3	<p>20</p> <p>Одна клеточка на плане занимает $2 \times 2 = 4 \text{ м}^2$</p> <p>Теплица занимает 3 клеточки. Его площадь: $3 \times 4 = 12 \text{ м}^2$</p> <p>Компостная яма занимает 2 клеточки. Его площадь: $2 \times 4 = 8 \text{ м}^2$</p> <p>Суммарная площадь: $8+12=20 \text{ м}^2$</p>
4	<p>22</p> <p>Баня расположена под цифрой 6, а пруд - 4. Между ними 11 клеточек, значит расстояние между ними - $11 \cdot 2 \text{ м} = 22 \text{ м}$.</p>
5	<p>60670</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает 1 м^2. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: $600 \cdot 83 + 3500 + 10000 = 63300$ руб.</p> <p>2: $610 \cdot 83 + 3300 + 11000 = 64930$ руб.</p> <p>3: $590 \cdot 83 + 2700 + 9000 = 60670$ руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 3го поставщика по цене 60670 рублей</p>
6	<p>10,2</p> $\frac{4,2 \cdot 1,7}{0,7}$
7	<p>1</p> $\begin{array}{r} -6 \quad \quad 21 \\ \underline{42} \quad \quad 0,28 \\ -180 \\ \underline{-168} \\ 120 \\ -3 \quad \quad 8 \\ \underline{24} \quad \quad 0,375 \\ -60 \\ \underline{-56} \\ 40 \\ -40 \\ \underline{\quad} \\ 0 \end{array}$
8	<p>4</p> <p>1) $\sqrt{35}$</p> <p>2) $2\sqrt{8} = \sqrt{32}$</p>

	$\frac{15}{\sqrt{9}}$ 3) $\sqrt{9}$ $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}}$ 4) $\sqrt{2}$ - наименьшее число
9	-1,3 $3(2x+4)-3x=5-(7x+6)$ $6x+12-3x=5-7x-6$ $10x=-13$ $x=-1,3$
10	0,2
11	13 1) Неверно. Функция убывает на промежутке [1;2], а затем возрастает на промежутке 2) Верно. Наименьшее значение функции равно -1, точка минимума (2;-1) 3) Неверно. $\rightarrow 3 < 0$ - неверное неравенство
12	210 Разность арифметической прогрессии: $d=a_{n+1}-a_n$ $d=-7-(-4)=3$ Сумма n членов арифметической прогрессии
13	0,75 $\frac{4a^2-ab}{6b^3} \cdot \frac{3b^2}{4a}$
14	6 $V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$
15	1 $3x+4-2(x+3) > 7-8x$ $3x+4-2x-6 > 7-8x$ $9x > 9$ $x > 1$ $x \in (1; +\infty)$
16	98  Сумма смежных углов равна 180° : $\angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 54^\circ$ Вертикальные углы равны между собой : $\angle 2 = \angle 5 = 118^\circ$ Сумма углов в выпуклом четырехугольнике равна 360° : $\angle 3 = 360^\circ - 90^\circ - \angle 2 - \angle 4 = 98^\circ$
17	32 Касательная к окружности перпендикулярна радиусу в точке касания. Получаем прямоугольный треугольник MNO. По теореме Пифагора: $NO = \sqrt{MN^2 + MO^2} = 65$ $KN = NO - KO = 65 - 33 = 32$
18	60 По теореме Пифагора второй катет равен 3. Площадь получившейся фигуры: $S = 11 \cdot 6 - 4 \cdot 3 / 2 = 60$

19 19



Площадь не выделенной фигуры, составленной из клетки 1 см × 1 см равна 15 см²

Площади выделенных треугольников рассчитываются как полусумма произведения катетов:

$$S = (2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) / 2 = 4$$

Получаем итоговую площадь всей фигуры: 4 + 15 = 19

20 2

- 1) Неверно. В равностороннем треугольнике все углы равны.
- 2) Верно.
- 3) Неверно. внешний угол тупоугольного треугольника может быть острым.

$$21 \quad \frac{x^{17} - 1}{1 - x^{15}} = \frac{1 - x^{15}}{x^{13} - 1}$$

ОДЗ: $x \neq 1$

$$x_1 = 0; x_2 = -1$$

Ответ: -1 ; 0

- 22 Пусть X часов роет котлован первый экскаватор работая в одиночку, тогда второй в одиночку выроет котлован за X-4 часов. Производительность первого экскаватора $1/X$, а второго $1/(X-4)$. После того, как первый проработал два часа, он выполнил $2 \cdot 1/X$ работы, а второй после трех часов работы - $3 \cdot 1/(X-4)$, в результате работа была закончена. Составим и решим уравнение:
- не удовлетворяет условию задачи
 - часов потребуется первому экскаватору для рытья котлована в одиночку $8-4=4$ часов потребуется второму экскаватору для рытья котлована в одиночку
- Производительность первого - $1/8$, а второго - $1/4$. Работая вместе производительность составит - $1/8 + 1/4 = 3/8$. Работа будет сделана за часа, т.е. за 2 часа 40 минут.
- Ответ: 2 ч 40 м

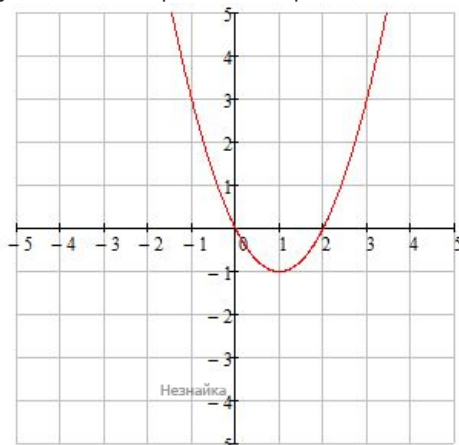
$$23 \quad y = |x^2 - 2|x|| - 3$$

1) Сначала построим график функции $y = x^2 - 2x$ - парабола

Преобразуем уравнение параболы:

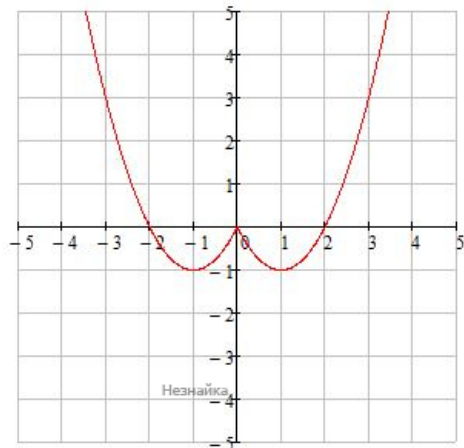
$$y = x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$$

$y = (x-1)^2 - 1$ - парабола без растяжение и сжатий, ветви вверх, вершина в точке (1;-1)



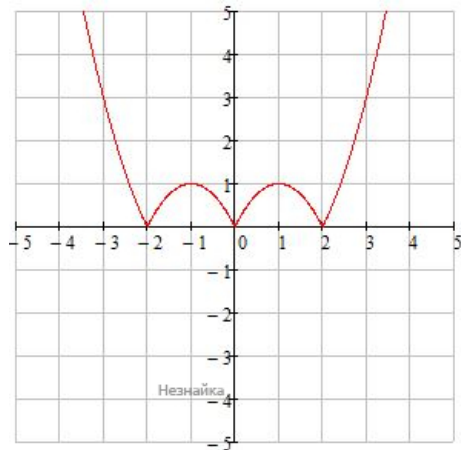
2) Построим график функции $y=x^2-2|x|=|x|^2-2|x|$ вида $y=f(|x|)$

Для этого график $y=x^2-2x$ при $x<0$ удаляется, а при $x\geq 0$ отображается симметрично относительно оси ОУ в левую полуплоскость.

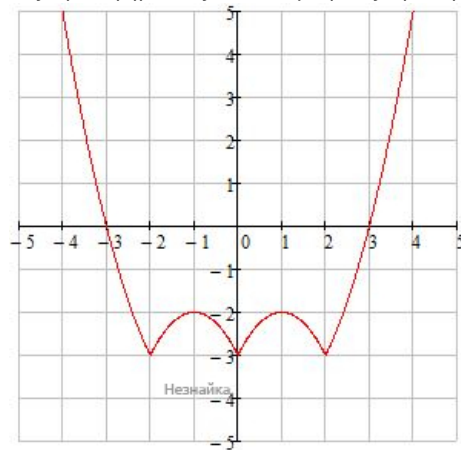


3) Строим график функции $y=|x^2-2|x||$ вида $y=f(|x|)$

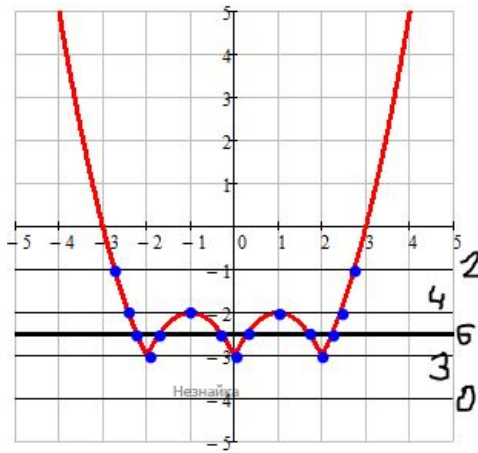
Для этого график $y=x^2-2|x|$ при $y<0$ симметрично отображается относительно оси ОХ в верхнюю полуплоскость.



4) $y=|x^2-2|x||-3$ опускаем график $y=|x^2-2|x||$ на 3 единицы вниз

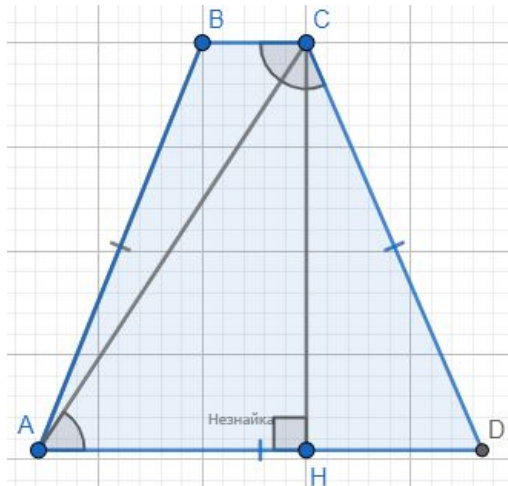


Прямая, параллельная оси абсцисс, может пересекать график $y=|x^2-2|x||-3$ в двух, четырех, шести, трех и не в одной точке.



Ответ: 6

24



Если диагональ трапеции делит её тупой угол пополам, то $\angle ACB = \angle ACD$.
 $\angle ABC = \angle DAC$ - как накрест лежащие. Значит $\angle ACB = \angle ACD = \angle DAC$, следовательно $\triangle DAC$ - равнобедренный $\rightarrow AD = CD = AB = X$ так как трапеция равнобедренная.

$$DH = (BC - AD) / 2 = (3 - X) / 2$$

По теореме Пифагора в треугольнике $\triangle DCH$:

$$CH^2 = CD^2 - DH^2$$

Площадь трапеции:

Получаем уравнение:

Возведем обе части уравнения в квадрат, так как они обе положительные:

$$X^4 + 8X^3 + 18X^2 - 49179 = 0$$

Корни данного уравнения находятся среди множителей числа $49179 = 13 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 97$

Разделим многочлен $(X^4 + 8X^3 + 18X^2 - 49179)$ на $(X - 13)$

Значит $X = 13$ один из корней уравнения $X^4 + 8X^3 + 18X^2 - 49179 = 0$

Решения уравнения $X^3 + 21X^2 + 291X + 3783 = 0$ являются отрицательными или комплексными числами, которые условию задачи не удовлетворяют.

$$AD = CD = AB = X = 13$$

$$P = AD + CD + AB + BC = 13 + 13 + 13 + 3 = 42$$

Ответ: 42

25

Обозначим медианы $ma = AA_1$, $mb = BB_1$, $mc = CC_1$. Построим $\triangle ABC$ до параллелограмма $ABCE$. В параллелограмме диагонали в точке пересечения делятся пополам, значит BE продолжение медианы BB_1 .

Рассмотрим $\triangle ABE$: $BE=2 \cdot BB_1=2 \cdot mb$

Используем неравенство треугольника: $BE < AB + AE$ или $BE < AB + BC$ ($AE=BC$ - в параллелограмме)

$$2 \cdot mb < AB + BC$$

$$mb < (AB + BC) / 2$$

Аналогично получаются неравенства: $ma < (AB + AC) / 2$ и $mc < (BC + AC) / 2$

Складываем три неравенства:

$$ma + mb + mc < (AB + AC) / 2 + (AB + BC) / 2 + (BC + AC) / 2$$

$$ma + mb + mc < (2AB + 2BC + 2AC) / 2$$

$$ma + mb + mc < P$$

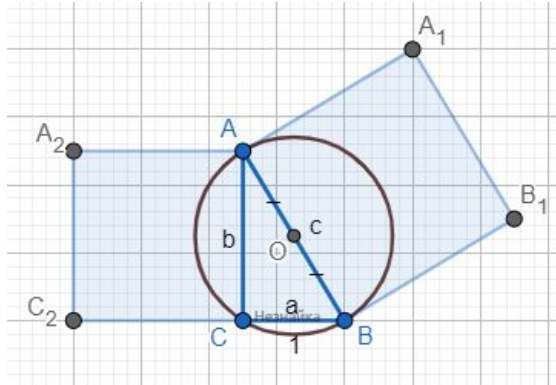
26 Величина одного из углов треугольника равна разности величин двух других его углов:

$$\angle 1 = \angle 2 - \angle 3$$

Сумма углов в треугольнике равна 180° : $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

$$\angle 2 - \angle 3 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$2 \cdot \angle 2 = 180^\circ \rightarrow \angle 2 = 90^\circ \rightarrow \text{треугольник прямоугольный.}$$



Площади квадратов AA_1B_1B и AA_2C_2C равны c^2 и b^2 соответственно.

$$\text{Площадь описанного круга } \pi R^2 = \pi (c/2)^2$$

Сумма площадей квадратов, построенных на двух других сторонах, в два раза больше площади описанного круга:

$$\text{По теореме Пифагора: } b^2 = c^2 - a^2 = c^2 - 1$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{2/(4-\pi)}$$

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания):
gregorykharin@yandex.ru

Источник: https://neznaika.info/test/math_oge/1405-variant-7.html