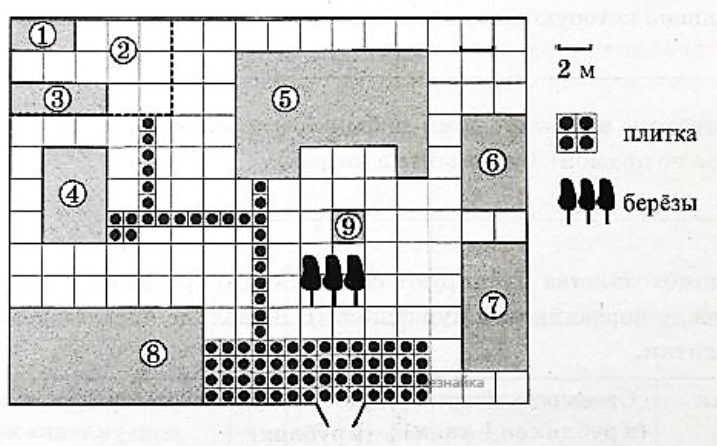


## Вариант 9

Часть 1.

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в поле соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м. Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м х 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

| Объекты | жилой дом | компостная яма | фонтан | баня | теплица |
|---------|-----------|----------------|--------|------|---------|
| Цифры   |           |                |        |      |         |

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 15 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

- 3 Найдите площадь, которую суммарно занимают жилой дом и баня. Ответ дайте в квадратных метрах.

1

2

3

4 Найдите расстояние от бани до теплицы (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

4

5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

5

| Поставщик | Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.) | Доставка (в руб.) | Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.) |
|-----------|--------------------------------------|-------------------|---|
| 1         | 500                                  | 3000              | 2500  |
| 2         | 500                                  | 4000              | бесплатно   |
| 3         | 555                                  | бесплатно         | 3500  |

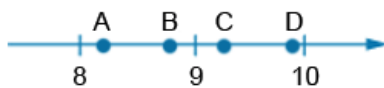
6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{1}{7} + \frac{2}{21}\right) \div \frac{1}{42}$$

6

7 Какая из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу  $\sqrt{98}$

7



- 1) A
- 2) B
- 3) C
- 4) D

8 Укажите выражение, тождественно равное дроби  $\frac{27}{3^n}$

8

- 1)  $3^{3n}$
- 2)  $3^{3-n}$
- 3)  $3^{n-3}$
- 4)  $3^{n+3}$

9 Решите уравнение  $3x(2+x)+5=2x(x+5)+x^2$

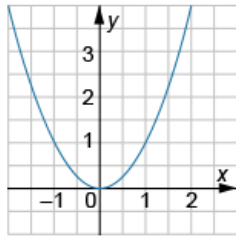
9

10 На праздник были закуплены воздушные шары. Известно, что 3 из 50 шаров лопаются при надувании. Найдите вероятность того, что первый надутый шарик не лопнет.

10

11 На рисунке изображен график квадратичной функции  $y=f(x)$ . Определите какой из приведенных функций соответствует график.

11



- 1)  $y=2x+1$
- 2)  $y=x^2$
- 3)  $y=2x^2$
- 4)  $y=-2x^2$

12 Дана арифметическая прогрессия  $a_n$ : 19, 16, 13, ... . Найдите  $a_{20}$ .

12

13 Упростите выражение  $\frac{7b^2+2ab}{2a} : \frac{7b+2a}{4a^2}$  и найдите его значение при  $b=\frac{1}{2}$ ,  $a=7$ .

13

14 Объём конуса можно вычислить по формуле  $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ , где  $r$  — радиус основания конуса,  $h$  — высота конуса. Найдите радиус основания конуса (в м), объём которого равен  $32\pi$  м и высота — 6 м.

14

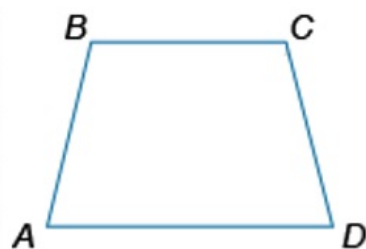
15 Решите неравенство

- 1)  $x \in (-\infty; -8)$
- 2)  $x \in (\infty; -8]$
- 3)  $x \in (-8; +\infty)$
- 4)  $x \in [-8; +\infty)$

15

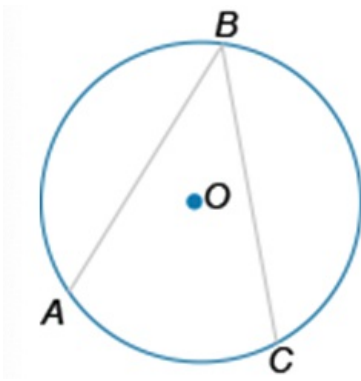
16 В равнобедренной трапеции ABCD меньшее основание BC равно 5 см, боковая сторона — 4 см, а угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите большее основание AD (в см).

16



17 В окружности с центром в точке O проведены две хорды AB и BC. Дуга ABC равна  $280^\circ$ . Найдите угол ABC (в градусах).

17

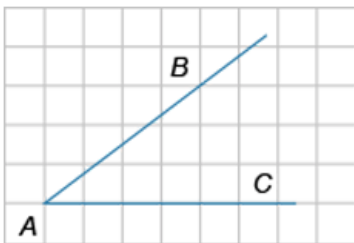


18 Найдите площадь равнобедренного треугольника (в  $\text{см}^2$ ) высота которого, проведенная к основанию, равна 8 см, а боковая сторона — 10 см.

18

19 Найдите синус угла  $BAC$ , изображённого на рисунке.

19



20 Укажите 2 номера неверных утверждений.

20

- 1) Развёрнутый угол больше  $180^\circ$
- 2) В треугольнике может быть только один тупой угол.
- 3) Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 4) В равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию, является медианой.

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21

$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \\ 2x^2 - y^2 = 31 \end{cases}$$

Решите систему уравнений

22 В каждом вагоне находится одинаковое число пассажиров. Количество пассажиров в одном вагоне превосходит число вагонов на 9. Когда на станции во второй вагон вошли 10 человек, а из остальных вышло по 10 человек, то число пассажиров во втором вагоне оказалось равным числу пассажиров, оставшихся во всех остальных вагонах. Сколько пассажиров было первоначально в каждом вагоне?

23 Постройте график функции  $y = x^2 - 4|x| - x$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.

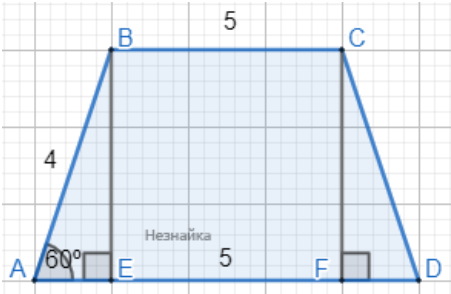
24 Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади четырёхугольника  $KPCM$ .

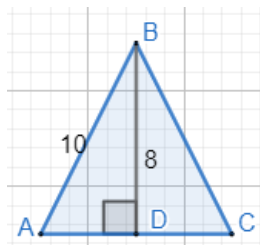
25 На медиане  $KF$  треугольника  $MKP$  отмечена точка  $E$ . Докажите, что если  $EM = EP$ , то  $KM = KP$ .

26 В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $D$  и  $E$  лежат соответственно на катетах  $BC$  и  $AC$  так, что  $CD = CE = 1$ . Точка  $M$  — точка пересечения отрезков  $AD$  и  $BE$ . Площадь треугольника  $BMD$  больше площади треугольника  $AME$  на  $1/2$ . Известно, что  $AD = \sqrt{10}$ . Найдите длину гипотенузы  $AB$ .

Ответы

|    |   |
|----|---|
| 1  | <p>51963</p> <p>Жилой дом - 5 - "Жилой дом расположен в глубине территории."</p> <p>Компостная яма - 1 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма."</p> <p>Фонтан - 9 - "Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица."</p> <p>Баня - 6 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник. Между жилым домом и коровником построена баня."</p> <p>Теплица - 3 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма."</p> |
| 2  | <p>6</p> <p>Площадка между коровником и курятником: <math>56 \text{ м}^2</math> - 56 штук.</p> <p>Дорожки: <math>10+9+2+6=27</math> штук.</p> <p>Всего: <math>56+27=83</math> штуки.</p> <p><math>83/15=5,5(3)\approx 6</math> упаковок</p>   |
| 3  | <p>108</p> <p>Одна клеточка на плане занимает <math>2 \times 2 = 4 \text{ м}^2</math></p> <p>Баня занимает <math>2 \times 3 = 6</math> клеточек. Его площадь: <math>6 \times 4 = 24 \text{ м}^2</math></p> <p>Жилой дом занимает <math>4 \times 6 - 3 = 21</math> клеточку. Его площадь: <math>21 \times 4 = 84 \text{ м}^2</math></p> <p>Суммарная площадь: <math>84 + 24 = 108 \text{ м}^2</math></p>   |
| 4  | <p>22</p> <p>Баня расположена под цифрой 6, а теплица - 3. Между ними 11 клеточек, значит расстояние между ними - <math>11 \cdot 2 \text{ м} = 22 \text{ м}</math>.</p>   |
| 5  | <p>45500</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает <math>1 \text{ м}^2</math>. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: <math>500 \cdot 83 + 3000 + 2500 = 47000</math> руб.</p> <p>2: <math>500 \cdot 83 + 4000 = 45500</math> руб.</p> <p>3: <math>555 \cdot 83 + 3500 = 49565</math> руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 2го поставщика по цене 45500 рублей</p>  |
| 6  | <p>10</p> $\left(\frac{1}{7} + \frac{2}{21}\right) \div \frac{1}{42}$   |
| 7  | <p>4</p> <p><math>\sqrt{98} = 7\sqrt{2} \approx 7 \cdot 1,4 = 9,8</math> - точка D</p>  |
| 8  | <p><math>\frac{2}{3^n}</math></p>   |
| 9  | <p>1,25</p> $3x(2+x)+5=2x(x+5)+x^2$ $6x+3x^2+5=2x^2+10x+x^2$ $4x-5=0$ $4x=5$ $x=5/4=1,25$   |
| 10 | <p>0,94</p>   |

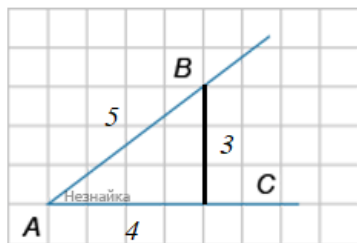
|    |   |
|----|---|
|    | 1-3/50=0,94   |
| 11 | <p>2</p> <p>Уравнение параболы <math>y=ax^2+bx+c</math></p> <p>Вершина в точке (0;0)</p> $x_0=-b/2a=0$ $b=0$ $y(0)=a\cdot 0^2+0\cdot 0+c=0$ $c=0$ $y(1)=a\cdot 1^2+0\cdot 1+0=1$ $a=1$ <p>Получим уравнение <math>y=x^2</math></p>  |
| 12 | <p>-38</p> $d=a_{n+1}-a_n$ $d=16-19=-3$ $a_n=a_1+d(n-1)$ $a_{20}=19+(-3)(20-1)=-38$   |
| 13 | <p>7</p> $\frac{7b^2+2ab}{2a} : \frac{7b+2a}{4a^2}$   |
| 14 | <p>4</p> $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$  |
| 15 | <p>3</p> $-7x-35-x < 5-3x$ $5x > -40$ $x > -8$ $x \in (-8; +\infty)$  |
| 16 | <p>9</p>  <p>Опустим два перпендикуляра BF и CF на большее основание. Получим два равных прямоугольных треугольника, так как трапеция равнобедренная, а так же <math>EF=BC=5</math>.</p> $\cos \angle A = AE/AB \rightarrow AE = AB \cdot \cos \angle A = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2$ $AD = AE + EF + FD = 2 + 5 + 2 = 9$ |
| 17 | <p>40</p> <p>Дуга AC равна <math>360^\circ</math>-дугаABC=<math>360^\circ-280^\circ=80^\circ</math></p> <p>Вписанный угол опирающийся на дугу равен половине градусной меры этой дуги: <math>\angle ABC = \text{дуга}AC/2 = 80^\circ/2 = 40^\circ</math></p>  |
| 18 | <p>48</p>   |



По теореме Пифагора  $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 6$

19

Высота, проведенная, на основание равнобедренного треугольника является и медианой



Достроим угол до прямоугольного треугольника. По теореме Пифагора находим гипотенузу:  $4^2 + 3^2 = 5^2$   
 $\sin \angle BAC = 3/5 = 0,6$

20

13

- 1) Неверно. Развёрнутый угол равен  $180^\circ$
- 2) Верно.
- 3) Неверно. Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 4) Верно.

21

1)  $x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$   
 $x^2 - 4xy - xy + 4y^2 = 0$   
 $x(x-4y) - y(x-4y) = 0$   
 $(x-y)(x-4y) = 0 \rightarrow x-y=0$  или  $x-4y=0$

2) или

3)  
 $x=y$   
 $2x^2 - x^2 = 21$   
 $x^2 = 31$   
 $x_1 = \sqrt{31}$   $y_1 = \sqrt{31}$   
 $x_2 = -\sqrt{31}$   $y_2 = -\sqrt{31}$

4)  
 $x=4y$   
 $2(4y)^2 - y^2 = 31$   
 $32y^2 - y^2 = 31$   
 $31y^2 = 31$   
 $y^2 = 1$   
 $y_3 = 1$   $x_3 = 4$   
 $y_4 = -1$   $x_4 = -4$

Ответ:  $(-4; -1)$ ,  $(4; 1)$ ,  $(-\sqrt{31}; -\sqrt{31})$ ,  $(\sqrt{31}; \sqrt{31})$

22

Пусть  $X$  людей было первоначально в каждом вагоне, тогда вагонов было  $X-9$ . Всего людей  $X(X-9)$ .  
 Во второй вагон вошли 10 человек и людей в нем стало  $X+10$ . В остальных вагонах людей  $X(X-10)$ .  
 Из остальных вагонов вышло по 10 человек и стало  $(X-10)(X-10)$  человек.  
 Число пассажиров во втором вагоне оказалось равным числу пассажиров, оставшихся во всех остальных вагонах:  
 $X+10 = (X-10)(X-10)$



$$x+10=x^2-20x+100$$

$$x^2-21x+90=0$$

$$D=21^2-4\cdot 1\cdot 90=81$$

$$x_1=(21-9)/2=6 \text{ - условие задачи не удовлетворяет}$$

$$x_2=(21+9)/2=15$$

Ответ: 15

23

$$y=x^2-4|x|-x$$

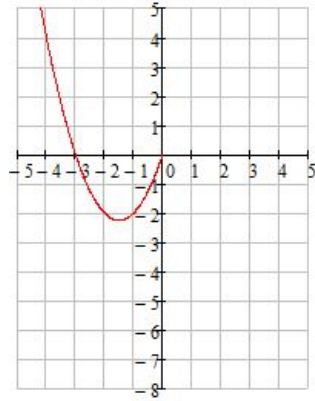
Раскроем знак модуля

1) При  $x < 0$

$$y=x^2-4(-x)-x$$

$$y=x^2+3x$$

$y=x^2+3x=x^2+3x+1,5^2-1,5^2=(x+1,5)-2,25$  - парабола, ветви вверх, вершина  $(-1,5;-2,25)$

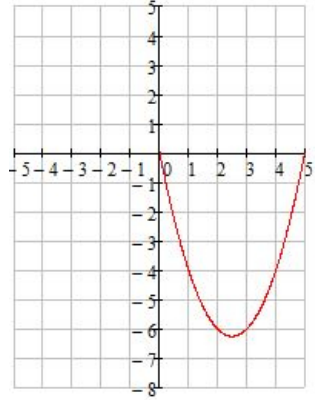


2) При  $x \geq 0$

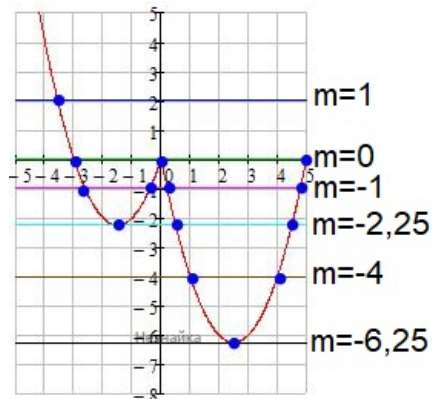
$$y=x^2-4x-x$$

$$y=x^2-5x$$

$y=x^2-5x=x^2-5x+2,5^2-2,5^2=(x-2,5)-6,25$  - парабола, ветви вверх, вершина  $(2,5;-6,25)$



3) Совмещаем оба графика и определяем при каких значениях  $m$  прямая  $y=m$  имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.



При  $m \in (0; \infty)$  прямая  $y=m$  и график функции имеют 2 общие точки

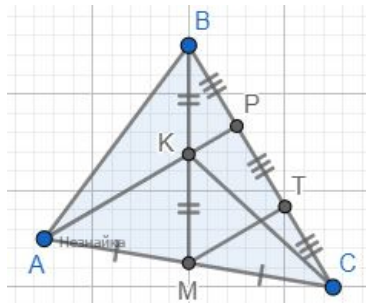
При  $m=0$  и  $m=-2,25$  прямая  $y=m$  и график функции имеют 3 общие точки

При  $m \in (-6,25; -2,25)$  прямая  $y=m$  и график функции имеют 2 общие точки

При  $m=-6,25$  прямая  $y=m$  и график функции имеют 1 общую точку

Ответ:  $[-6,25;-2,25]$ ,  $[0;\infty)$

24



Проведём отрезок  $MT$  параллельный  $AP$ . Так как  $M$  это середина  $AC$ , то  $MT$  средняя линия треугольника  $\triangle APC$ , значит  $CT=PT$ . Аналогично  $KP$  средняя линия треугольника  $\triangle BMT$ , следовательно  $BP=PT$

Пусть площадь треугольника  $\triangle BKP$  равна  $S$ .

Рассмотрим треугольник  $\triangle KPC$ : он имеет общую высоту с треугольником  $\triangle BKP$  и вдвое большее основание, тогда его площадь равна  $2S$ . Площадь треугольника  $\triangle BKC$  равна  $3S$  и такую же площадь имеет треугольник  $\triangle MKC$  поскольку они имеют одну высоту, проведённую из вершины  $C$  и равные основания.

Аналогично площадь треугольника  $\triangle MKC$  равна площади треугольника  $\triangle MKA$ , а площадь треугольника  $\triangle MKA$  равна площади треугольника  $\triangle BKA$ .

Итого:  $S_{\triangle BKP}=S$ ;  $S_{\triangle KPC}=2S$ ;  $S_{\triangle BKC}=S_{\triangle MKC}=S_{\triangle MKA}=S_{\triangle BKA}=3S$

Таким образом:

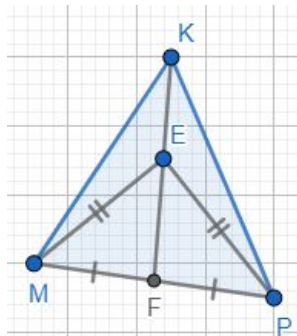
$$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle BKC}+S_{\triangle MKC}+S_{\triangle MKA}+S_{\triangle BKA}=12S$$

$$S_{\triangle KPCM}=S_{\triangle KPC}+S_{\triangle MKC}=5S$$

$$S_{\triangle ABC}/S_{\triangle KPCM}=12/5$$

Ответ:  $12/5$

25

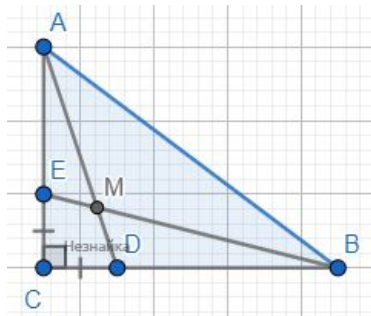


Треугольники  $\triangle MEF=\triangle PEF$ , так как  $EM=EP$ ,  $FM=FP$ ,  $EF$  - общая. Тогда  $\angle MEF=\angle PEF$ , а в сумме они  $\angle MEF+\angle PEF=180^\circ$ , значит  $\angle MEF=\angle PEF=90^\circ$ .

Прямоугольные треугольники  $\triangle MKF=\triangle PKF$ , так  $KF$  - общая и  $FM=FP$ .

Следовательно  $KM=KP$ .

26



1) По теореме Пифагора  $\triangle ACD$ :

$$AC^2 + CD^2 = AD^2$$

$$AC^2 + 1^2 = \sqrt{10}^2$$

$$AC^2 = 9$$

$$AC = 3$$

$$2) S_{\triangle BMD} - S_{\triangle AME} = 1/2$$

Добавим и вычтем  $S_{EMDC}$

$$S_{\triangle BMD} + S_{EMDC} - S_{\triangle AME} - S_{EMDC} = 1/2$$

$$S_{\triangle BEC} = S_{\triangle BMD} + S_{EMDC} = BC \cdot CE / 2 = BC / 2$$

$$S_{\triangle ADC} = S_{\triangle AME} + S_{EMDC} = AC \cdot CD / 2 = 3/2$$

$$S_{\triangle BEC} - S_{\triangle ADC} = 1/2$$

$$BC / 2 - 3/2 = 1/2$$

$$BC - 3 = 1$$

$$BC = 4$$

3) По теореме Пифагора  $\triangle ABC$ :

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Ответ: 5

**Обо всех неточностях пишите на почту** (с указанием номера варианта и задания):  
[gregorykharin@yandex.ru](mailto:gregorykharin@yandex.ru)

Источник: [https://neznaika.info/test/math\\_oge/1407-variant-9.html](https://neznaika.info/test/math_oge/1407-variant-9.html)